

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Θεωρία 1 :

A) Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α ;

B) Να απαντήσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) στις ακόλουθες ερωτήσεις :

- | | | | |
|------|--|---|---|
| i. | $\sqrt{a} = \chi$ αν και μόνον εάν $\alpha = \chi^2$, με $\alpha \geq 0, \chi \geq 0$ | Σ | Λ |
| ii. | $(\sqrt{a})^2 = \alpha$ με $\alpha \geq 0$ | Σ | Λ |
| iii. | $\sqrt{8} = 4$ | Σ | Λ |

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

A) Θεωρία σχολικό βιβλίο σελίδα 41

B) Σ , Σ , Λ

Θεωρία 2 :

A. i. Ποιος τύπος μας δίνει την κεντρική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου σε σχέση με τον αριθμό των πλευρών του ;

ii. Τι σχέση έχει η γωνία κανονικού πολυγώνου με την κεντρική γωνία του.

B. Απαντήστε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) στις ακόλουθες ερωτήσεις :

- | | | | |
|------|---|---|---|
| i. | Η κεντρική γωνία ενός κανονικού πενταγώνου είναι 50° | Σ | Λ |
| ii. | Η γωνία που είναι εγγεγραμμένη σε ένα τέταρτο του κύκλου, είναι 45° | Σ | Λ |
| iii. | Το κανονικό πολύγωνο που έχει κεντρική γωνία 30° είναι κανονικό δωδεκάγωνο | Σ | Λ |

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

A) i) Θεωρία σχολικό βιβλίο σελίδα 182 , ii) Θεωρία σχολικό βιβλίο σελίδα 182.

B) Λ , Σ , Σ

Άσκηση 1

Δίνονται οι ανισώσεις :

$$2(3-x) - 5(x-2) \geq -5x + 8 \quad (1) \quad \text{και} \quad \frac{x+2}{4} - \frac{2x-4}{7} < \frac{3x-4}{2} - \frac{2-x}{14} \quad (2)$$

- Να λυθεί η ανίσωση (1) ,
- Να λυθεί η ανίσωση (2)
- Να βρείτε τις κοινές τους λύσεις των δύο αυτών ανισώσεων.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

i) $2(3 - x) - 5(x - 2) \geq -5x + 8$

$$6 - 2x - 5x + 10 \geq -5x + 8$$

$$-2x - 5x + 5x \geq -6 - 10 + 8$$

$$-2x \geq -8$$

$$x \leq 4$$

(Κάνουμε επιμεριστικές)

(Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους)

(Αναγωγές ομοίων όρων)

ii) $\frac{x+2}{4} - \frac{2x-4}{7} < \frac{3x-4}{2} - \frac{2-x}{14}$

$$28 \frac{x+2}{4} - 28 \frac{2x-4}{7} < 28 \frac{3x-4}{2} - 28 \frac{2-x}{14} \quad (\text{ΕΚΠ}=28)$$

$$7(x+2) - 4(2x-4) < 14(3x-4) - 2(2-x)$$

(Απαλοιφή παρονομαστών)

$$7x + 14 - 8x + 16 < 42x - 56 - 4 + 2x$$

(Κάνουμε επιμεριστικές)

$$7x - 8x - 42x - 2x < -14 - 16 - 56 - 4$$

(Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους)

$$-45x < -90$$

(Αναγωγές ομοίων όρων)

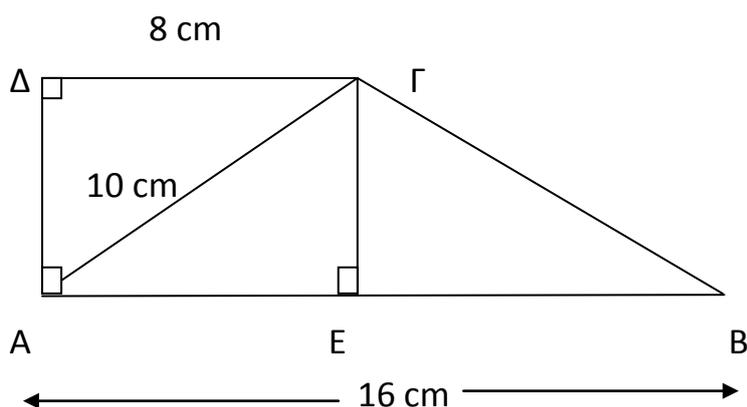
$$x > 2$$

iii) Εύκολα διαπιστώνουμε ότι οι κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων είναι οι αριθμοί x για τους οποίους ισχύει : $2 < x \leq 4$

Άσκηση 2

Στο τραπέζιο του σχήματος είναι $AB \parallel \Gamma\Delta$, $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $AB = 16 \text{ cm}$, $A\Gamma = 10 \text{ cm}$ και $\Delta\Gamma = 8 \text{ cm}$. Να βρείτε :

(α) το εμβαδόν του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$, (β) την $B\Gamma$. και (γ) τα $\eta\mu B$ και $\text{συν} B$.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

α) Το τετράπλευρο ΑΕΓΔ είναι ορθογώνιο γιατί έχει 3 ορθές γωνίες ($\hat{A} = \hat{\Delta} = \hat{E} = 90^\circ$)

Άρα $AE = \Gamma\Delta = 8 \text{ cm}$ και $EB = AB - AE = 16 \text{ cm} - 8 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$.

Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΑΕΓ και έχουμε :

$$\Gamma E^2 = A\Gamma^2 - AE^2 \text{ δηλαδή } \Gamma E^2 = 10^2 - 8^2 \text{ δηλαδή } \Gamma E^2 = 36, \text{ οπότε } \Gamma E = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

Το εμβαδόν του τραπεζιού ΑΒΓΔ σύμφωνα με το γνωστό τύπο είναι :

$$E_{AB\Gamma\Delta} = \frac{AB + \Gamma\Delta}{2} \cdot AE = \frac{16 + 8}{2} \cdot 6 = \dots\dots\dots = 72 \text{ cm}^2 .$$

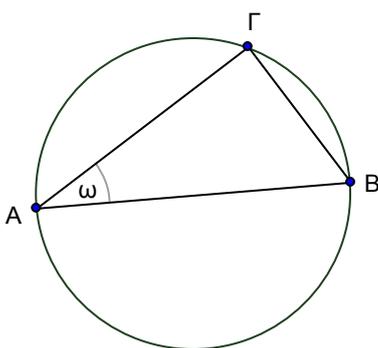
β) Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΒΕΓ και έχουμε :

$$\Gamma B^2 = E\Gamma^2 + BE^2 \text{ δηλαδή } \Gamma B^2 = 6^2 + 8^2 \text{ δηλαδή } \Gamma B^2 = 100, \text{ οπότε } \Gamma B = \sqrt{100} = 10 \text{ cm} .$$

γ) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΓΕΒ εφαρμόζουμε τον ορισμό του ημιτόνου και του συνημιτόνου για την οξεία γωνία \hat{B} και έχουμε :

$$\eta\mu\hat{B} = \frac{\Gamma E}{\Gamma B} = \frac{6}{10} = 0,6 \quad \text{και} \quad \sigma\upsilon\nu\hat{B} = \frac{EB}{\Gamma B} = \frac{8}{10} = 0,8$$

Άσκηση 3



Δίνεται ο κύκλος με διάμετρο $AB = 10 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 6 \text{ cm}$.

- i. Αποδείξτε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.
- ii. Υπολογίστε την ΑΓ
- iii. Υπολογίστε το εμβαδόν του κύκλου και του τριγώνου.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ:

i. Η γωνία $\hat{\Gamma}$ είναι εγγεγραμμένη στο ημικύκλιο ΒΑ οπότε $\hat{\Gamma} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$ δηλαδή το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο .

ii) Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΑΒΓ και έχουμε :

$$ΑΓ^2 = ΑΒ^2 - ΒΓ^2 \text{ δηλαδή } ΑΓ^2 = 10^2 - 6^2 \text{ δηλαδή } ΑΓ^2 = 64, \text{ οπότε } ΑΓ = \sqrt{64} = 8 \text{ cm} .$$

iii) Επειδή $ΑΒ = δ = 2ρ$ έχουμε ότι : $ρ = \frac{ΑΒ}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm} .$

$$\text{Άρα } Ε_{\text{κύκλου}} = π \cdot ρ^2 = 3,14 \cdot 5^2 = \dots\dots 78,5 \text{ cm}^2$$

$$Ε_{ΑΒΓ} = \frac{1}{2} \cdot \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = \frac{1}{2} \cdot ΑΓ \cdot ΒΓ = = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24 \text{ cm}^2 .$$

Τις λύσεις επιμελήθηκε η ομάδα των Μαθηματικών του 49^{ου} Γυμνασίου Αθηνών .

Οικονομόπουλος Θεόδωρος

Δούκας Εμμανουήλ

Κουρεμπανάς Γεώργιος