

**49<sup>ο</sup> ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΑΘΗΝΩΝ**

**Επιλογή**

**Ασκήσεων**

**Β! γυμνασίου**

**Επιμέλεια**

**Θόδωρος Οικονομόπουλος**

**ΑΘΗΝΑ 2011**



Διόφαντος ο Αλεξανδρινός

## ΑΛΓΕΒΡΑ

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>

#### Έλληνες Μαθηματικοί

**Θαλής ο Μιλήσιος 7<sup>ος</sup> – 6<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Πυθαγόρας ο Σάμιος 6<sup>ος</sup> – 5<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Ηράκλειτος 6<sup>ος</sup> – 5<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Ιπποκράτης ο Χίος 5<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Ζήνων ο Ελεάτης 5<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Δημόκριτος από τα Άβδουρα 5<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Πλάτων ο Αθηναίος 5<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Μέττων 5<sup>ος</sup> π.Χ.**

.....

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

1. Ποια ισότητα λέγεται εξίσωση ;
2. Τι είναι η επίλυση μιας εξίσωσης ;
3. Τι λέμε λύση ή ρίζα μιας εξίσωσης ;
4. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη ;
5. Πότε μια εξίσωση λέγεται αόριστη ή ταυτότητα ;
6. Ποιες είναι οι εργασίες επίλυσης μιας εξίσωσης ;
7. Τι είναι η συναλήθευση δυο ανισώσεων ;
8. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω μαθηματικές προτάσεις:
  - α) Αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας προσθέσουμε ή ..... τον ίδιο αριθμό , βρίσκουμε ανισότητα με ..... φορά .
  - β) Αν και τα δυο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο ..... αριθμό , βρίσκουμε ανισότητα με ..... φορά .
  - γ) Αν έναν όρο μιας εξίσωσης τον μεταφέρουμε από το ένα μέλος στο άλλο τότε ..... το πρόσημό του .

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Να λυθούν οι εξισώσεις :
  - α)  $3(5 - 2x) - 2(3x + 5) = 11$
  - β)  $x - 2[4 - (2x - 3)] = 1$
  - γ)  $2 - 3(x + 2) = x - (10 - 2x)$
  - δ)  $3x - (2 - x) = 4(x - 3)$
2. Να λυθούν οι εξισώσεις :
  - α)  $2x - \frac{7x-1}{2} = 8$
  - β)  $3(x-1) - \frac{x+3}{4} = x$
  - γ)  $\frac{5(x-2)}{3} - \frac{x-2}{2} = 0$
  - δ)  $\frac{x-3}{5} - \frac{2+3x}{2} = x+3$
3. Να λυθούν οι εξισώσεις :
  - α)  $\frac{2x+3}{2} - \frac{4+3x}{3} = 2$
  - β)  $x - \frac{3+5x}{2} - \frac{x-1}{4} = 4$
  - γ)  $\frac{x - \frac{x+2}{3}}{5} = 0$
  - δ)  $\frac{2x+5}{2} - \frac{x-1}{5} = \frac{8x+27}{10}$
4. Να λυθούν οι εξισώσεις :
  - α)  $2x - \frac{1}{2}(19 - 2x) = \frac{1}{2}(2x - 11)$
  - β)  $\frac{7(x-3)}{4} - \frac{3(2-x)}{5} - \frac{5(x-1)}{6} = x - 2$
  - γ)  $2x - \left(\frac{15x}{9} - 5\right) = \frac{x-6}{3} + 7$
  - δ)  $\frac{9x+7}{2} - \left(x - \frac{x-2}{7}\right) = 36$

5. Να λυθούν οι εξισώσεις :

$$\alpha) \frac{5x}{7} = 10\left(\frac{x}{14} + 1\right)$$

$$\beta) \frac{1}{2}\left[3x - 6 - 5\left(\frac{7x}{2} - 5\right)\right] + 13(x - 5) + 44 = 0$$

$$\gamma) \frac{x-1}{4} - \left(\frac{6x+7}{8} - \frac{3x-4}{2} - \frac{1}{8}\right) = 0$$

6. Για ποια τιμή του  $\mu$ , η εξίσωση

$$2(x + \mu) - 3(2x - \mu + 1) = x\mu, \text{ έχει λύση την } x = -3 ;$$

7. Να βρείτε τις διαστάσεις ενός ορθογωνίου που η μια διάστασή του είναι τριπλάσια της άλλης και έχει περίμετρο 96 m.
8. Να βρείτε τρεις διαδοχικούς αριθμούς που έχουν άθροισμα 1254 .
9. Για μια συσκευή T.V. πληρώσαμε με Φ.Π.Α. 9% , 436 € . Ποια ήταν η αξία της T.V. ;
10. Οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου διαφέρουν κατά 6 m. Να βρείτε το εμβαδόν του , αν η περιμέτρος του είναι 108 m.
11. Δυο αριθμοί έχουν άθροισμα 205 . Να βρείτε τους αριθμούς αν ξέρετε ότι , ο μεγαλύτερος διαιρούμενος με τον μικρότερο δίνει πηλίκο 3 και υπόλοιπο 25 .
12. Να βρείτε τις γωνίες ενός τριγώνου ΑΒΓ , όταν ξέρουμε ότι η γωνία Α είναι μικρότερη της Β κατά  $20^\circ$  και μεγαλύτερη της Γ κατά  $50^\circ$  .
13. Μια χωρική σκόπευε να πουλήσει όσα αυγά είχε προς 20 λεπτά το καθένα. Επειδή όμως έσπασαν 7 αυγά , πούλησε τα υπόλοιπα προς 25 λεπτά το καθένα και δεν ζημιώθηκε. Πόσα αυγά είχε αρχικά ;
14. Σ' ένα τραπέζιο η μια του βάση είναι διπλάσια της άλλης . Αν το ύψος του είναι 8 cm και το εμβαδόν του  $72 \text{ cm}^2$  , να υπολογίσετε τις βάσεις του .
15. Τρεις τεχνίτες μοιράσθηκαν 350 € ως εξής : ο δεύτερος πήρε 30 € λιγότερα από τον πρώτο και 40 € περισσότερα από τον τρίτο. Πόσο πήρε ο καθένας ;
16. Να βρείτε δυο παραπληρωματικές γωνίες που η μια να είναι τα  $\frac{5}{4}$  της άλλης .
17. Να βρεθούν δυο αριθμοί αν ξέρουμε ότι έχουν άθροισμα 85 και ο ένας είναι τετραπλάσιος του άλλου .
18. Το μαθητικό εισιτήριο στα θέατρα έχει έκπτωση 25% του κανονικού. Δυο γονείς μαζί με το παιδί τους που είναι μαθητής πλήρωσαν συνολικά 55 € .

- Πόσο έκανε το εισιτήριο ;
19. Δυο εντός και επί τ' αυτά γωνίες , δυο παραλλήλων ευθειών τεμνομένων από μια τρίτη ευθεία , διαφέρουν κατά  $20^\circ$  . Να βρείτε τις γωνίες .
  20. Η απόσταση Αθήνα – Λάρισα είναι περίπου 360 km. Στις 9 π.μ. ξεκίνησαν από τις δύο πόλεις δύο αυτοκίνητα με μέσες ταχύτητες αυτό από την Αθήνα 100 km/h και το άλλο από την Λάρισα 80 km/h . Να βρείτε σε πόση ώρα θα συναντηθούν και σε ποια απόσταση από την Αθήνα ;
  21. Σε ισοσκελές τρίγωνο η γωνία της κορυφής είναι το μισό των γωνιών της βάσης . Να βρείτε τις γωνίες του .
  22. Ένας πατέρας είναι 37 ετών και η κόρη του 12ετών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι διπλάσια της ηλικίας της κόρης του ;
  23. Ποιος είναι ο αριθμός , τα  $\frac{2}{3}$  του οποίου μαζί με τα  $\frac{3}{4}$  του κάνουν 170 ;
  24. Ένας εργάτης είχε 125 € , όταν πληρώθηκε για 15 μεροκάματα . Από τα χρήματά του ξόδεψε 500 € για οικογενειακές αγορές και του έμειναν 30 € . Πόσο είναι το μεροκάματό του ;
  25. Ο αρχαίος μαθηματικός Διόφαντος έζησε το έκτο της ζωής του ως παιδί , το δωδέκατο αυτής σαν νέος, το έβδομο αυτής μετά τον γάμο του και 5 χρόνια ακόμα οπότε απέκτησε τον γιο του , ο οποίος όμως έζησε το μισό της ζωής του πατέρα του. Τέλος 4 έτη μετά τον θάνατο του παιδιού του πέθανε και ο Διόφαντος από την λύπη του . Πόσα χρόνια έζησε ο Διόφαντος ;
  26. Να βρεθεί αριθμός , το διπλάσιο του οποίου αν αυξηθεί κατά 5 ισούται με το τριπλάσιό του μειωμένο κατά 19 .
  27. Ένας οινοποιός θέλει ν' αναμείξει κρασί που περιέχει 15 % καθαρό οινόπνευμα , με κρασί που περιέχει 11% καθαρό οινόπνευμα , για να φτιάξει 1000 ℓ κρασί που περιέχει 12 % καθαρό οινόπνευμα. Πόσα ℓ από κάθε τύπο κρασιού πρέπει ν' αναμείξει ;
  28. Μια βρύση γεμίζει μια δεξαμενή σε 3 h , ενώ μια άλλη γεμίζει την ίδια δεξαμενή σε 6 h . Σε πόσες ώρες θα γεμίσει η δεξαμενή αν ανοίξουν ταυτόχρονα και οι δυο βρύσες και η δεξαμενή είναι αρχικά άδεια ;
  29. Ένας έμπορος είχε δυο κομμάτια ύφασμα από τα οποία το πρώτο ήταν τριπλάσιο του δευτέρου . Από το πρώτο πούλησε 36 m και από το δεύτερο 4 m και τα δυο κομμάτια έγιναν ίσα . Πόσα m ήταν αρχικά το μήκος καθενός από τα δυο κομμάτια του υφάσματος ;
  30. Η ηλικία ενός πατέρα είναι κατά 25 έτη μεγαλύτερη της



και χρειάζονται συνολικά 88 κεριά για την τούρτα γενεθλίων . Πόσο χρονών είναι ο καθένας ;

38. Ένας εκσκαφέας χρειάζεται για να τελειώσει ένα συγκεκριμένο έργο 10 h ενώ ένας άλλος εκσκαφέας χρειάζεται για το ίδιο έργο 5 h . Αν δουλέψουν και οι δυο μαζί σε πόσες ώρες θα τελειώσει το ίδιο έργο ;
39. Ένας χωρικός έχει στην αυλή του κότες , πάπιες και κουνέλια .Οι κότες είναι τριπλάσιες από τις πάπιες. Όταν ρωτήθηκε πόσα έχει από κάθε είδος , απάντησε χαμογελώντας ότι τα ζωντανά του έχουν 60 κεφάλια και 152 πόδια. Πόσα άραγε έχει από κάθε είδος ;
40. Να λύσετε την εξίσωση :  $(x + 2004)^{2004} = (x + 2006)^{2004}$  .

**Απαντήσεις :** 1.α)  $x=-1/2$  ,β)  $x=3$  ,γ)  $x=1$ ,δ) αδύνατη ,  
2.α)  $x=-5$  ,β)  $x=15/7$  ,γ)  $x=2$  ,δ)  $x=-2$  , 3. α) αδύνατη ,β)  $x=-3$  ,  
γ)  $x=1$  ,δ) αόριστη , 4. α)  $x=2$  ,β)  $x=7$  ,γ) αόριστη ,δ)  $x=9$  ,  
5. α) αδύνατη ,β)  $x=2$  ,γ)  $x=3$  , 6.  $\mu=-9/8$  , 7.  $\alpha=36m$  , $\beta=12m$  ,  
8. 417-418-419 , 9. 400€ , 10. 720 m<sup>2</sup> , 11. 45-160 , 12.  $A=70^\circ$  , $B=90^\circ$  ,  
 $\Gamma=20^\circ$  , 13. 35 αυγά , 14.  $\beta=6cm$  , $B=12cm$  , 15.  $\alpha=150€$  , $\beta=120€$ , $\gamma=80€$  ,  
16.  $80^\circ -100^\circ$  , 17. 17-68 , 18. 20€ , 19.  $80^\circ -100^\circ$  , 20. 2h , 200km ,  
21.  $72^\circ$  , $72^\circ$  , $36^\circ$  , 22. 13χρόνια , 23. 120,  
24. 27€ , 25. 84 χρόνια , 26. 24 , 27. 250ℓ , 750ℓ , 28. 2h ,  
29. 16m-48m , 30. ο γιος 15 ,ο πατέρας 40 , 31. α)  $x < 1$  ,  
β)  $x < -15/7$  , γ)  $x \leq 1/2$  ,δ)  $x \geq 14/3$  ,ε)  $x < -5/8$  , 32. α)  $-6 < x < 1$  , β)  $-1 < x \leq 6$  , γ)  
 $x \geq 4$ ,δ)  $x \leq 1$  , ε) δεν υπάρχουν , 33.α)  $2 \leq x < 27/5$  ,  
β) δεν υπάρχουν , 34. 95 , 35. α)  $x \leq 4$  ,  $x > 2$  ,β)  $2 < x \leq 4$  , γ) 3-4,  
36. 15 ο γιος ,55 ο πατέρας , 37. 12-36-40 , 38. 3h 20min ,  
39. 11 πάπιες , 33 κότες , 16 κουνέλια , 40.  $x=-2005$  .



Πυθαγόρας

**ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ: ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>**

**ΑΛΓΕΒΡΑ: ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup>**

**Έλληνες Μαθηματικοί**

**Θεόδωρος ο Κυρηναίος 5<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Αριστοτέλης 5<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Εύδοξος 4<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Μέναιχμος 4<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Κάλλιστος ο Κυζικηνός 4<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Ευκλείδης 4<sup>ος</sup> – 3<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Αρχιμήδης 3<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Απολλώνιος 3<sup>ος</sup> π.Χ.**

**Αρίσταρχος 3<sup>ος</sup> π.Χ.**

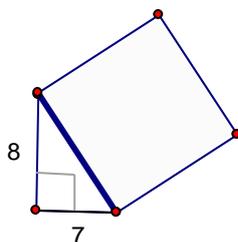
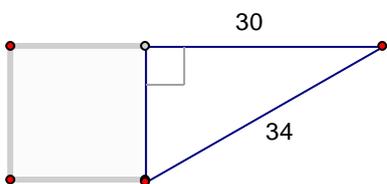
.....

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

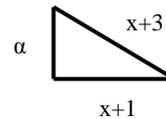
1. Να γράψετε τους τύπους του εμβαδού των : τετραγώνου , ορθογωνίου παραλληλογράμμου , παραλληλογράμμου , τριγώνου , ορθογωνίου τριγώνου , τραπεζίου , τετραπλεύρου με κάθετες πλευρές ( π.χ. ρόμβος ) , ισοπλεύρου τριγώνου .
2. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα .
3. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος .
4. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού  $a$ ;
5. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις και σχέσεις :
  - α) αν  $x = \sqrt{a}$  , τότε  $x^2 = \dots\dots$
  - β)  $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots$  , γ)  $\sqrt{a^2} = \dots\dots$  , αν  $a > 0$
  - δ)  $\sqrt{a^2} = \dots\dots$  , ε)  $\sqrt{a \cdot \beta} \dots\dots \sqrt{a} \cdot \sqrt{\beta}$  ,
  - στ)  $\sqrt{a + \beta} \dots\dots \sqrt{a} + \sqrt{\beta}$  , ζ)  $\sqrt{\frac{a}{\beta}} \dots\dots \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\beta}}$
6. Πως λέγονται οι αριθμοί που δεν είναι ρητοί ;
7. Πως λέγεται το σύνολο των αριθμών που αποτελείται από ρητούς και άρρητους ;
8. Ποια σχέση συνδέει την πλευρά και την διαγώνιο ενός τετραγώνου ;
9. Ποια σχέση συνδέει την διαγώνιο και τις διαστάσεις ενός ορθογωνίου ;
10. Πως εξετάζουμε αν ένα τρίγωνο είναι ορθογώνιο ;

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

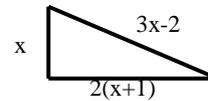
1. Να εξετάσετε αν τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  με τις παρακάτω πλευρές είναι ορθογώνια και σε ποια γωνία :
  - i)  $a = 40$  ,  $\beta = 24$  ,  $\gamma = 32$
  - ii)  $a = 15$  ,  $\beta = 39$  ,  $\gamma = 36$
  - iii)  $a = 18$  ,  $\beta = 14$  ,  $\gamma = 15$
2. Στο ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  να βρείτε τις πλευρές που λείπουν :
  - i)  $\beta = 60$  ,  $\gamma = 25$  ,  $a =$  ;
  - ii)  $a = 45$  ,  $\beta = 36$  ,  $\gamma =$  ;
  - iii)  $a = 26$  ,  $\gamma = 10$  ,  $\beta =$  ;
3. Να υπολογίσετε τα σκιασμένα εμβαδά :



4. Ένα ορθογώνιο έχει διαστάσεις μήκος 30 και πλάτος 16. Να υπολογίσετε την διαγώνιο του και το εμβαδόν του τετραγώνου που έχει πλευρά την διαγώνιο του ορθογωνίου.
5. Ένα τετράγωνο έχει πλευρά 6. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου που έχει πλευρά την διαγώνιο του τετραγώνου.
6. Οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου διαφέρουν κατά 2 και έχει περίμετρο 28. Να βρείτε το μήκος της διαγωνίου του.
7. Ένα ορθογώνιο έχει μήκος 12 m και εμβαδόν  $108 \text{ m}^2$ . Να βρείτε την διαγώνιο του.
8. Ένα ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG=10\text{m}$ ) έχει βάση 12m. Να βρείτε το ύψος του και το εμβαδόν του.
9. Ένα ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = AG$ ) έχει βάση 8m και περίμετρο 18 m. Να υπολογίσετε το ύψος του και το εμβαδόν του.
10. Αν  $x$  είναι η ρίζα (λύση) της εξίσωσης:  $\frac{x-1}{2} - \frac{x+3}{5} = 1$   
να βρείτε τις πλευρές του τριγώνου:



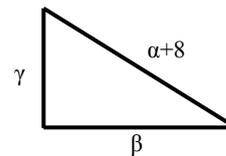
11. Το διπλανό τρίγωνο έχει περίμετρο 30 cm. Να βρείτε τις πλευρές του και να εξετάσετε αν είναι ορθογώνιο.



12. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$\alpha = \left(-\frac{3}{5} + \frac{2}{3}\right) \cdot (5^2 + 5) \text{ και}$$

$$\beta = (-3)^2 \cdot 2 - (-2) \cdot (-5) . \text{ Να βρείτε τις πλευρές του διπλανού ορθογωνίου τριγώνου.}$$



13. Να υπολογίσετε τις ρίζες:

$$\sqrt{42}, \sqrt{152}, \sqrt{2,15}, \sqrt{30500}, \sqrt{\frac{36}{9}}, \sqrt{\frac{1}{25}}$$

14. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$\alpha = (\sqrt{5})^2 + \sqrt{(-3)^2}$$

$$\beta = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$\gamma = 4\sqrt{2} - \sqrt{3} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$$

$$\delta = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - 2\sqrt{2}$$

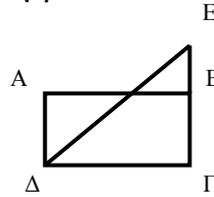
15. Αν  $A(1,3)$  και  $B(4,-1)$ , να βρείτε την απόσταση  $AB$ .

16. Αν το μήκος της διαγωνίου ενός τετραγώνου είναι 8 cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

17. Αν σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  ισχύει ότι  $\beta^2 = 4\gamma^2$  και  $\alpha^2 = 3\gamma^2$ , να δείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο στο  $B$ .

18. Αν  $AB\Gamma$  ορθογώνιο ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) και  $\alpha = 20\text{cm}$  με  $\beta = \frac{4}{3}\gamma$ ,  
να βρείτε τις κάθετες πλευρές του και το εμβαδόν του.

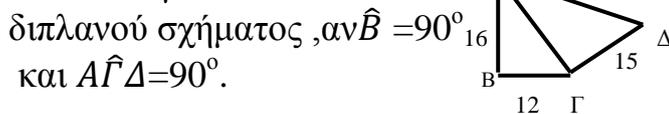
19. Στο διπλανό σχήμα η βάση  $\Gamma\Delta$  του  
ορθογωνίου  $AB\Gamma\Delta$  είναι  $40\text{ cm}$  και  
έχει περίμετρο  $120\text{ cm}$ . Αν  $BE = 10\text{ cm}$ ,  
να υπολογισθεί το μήκος  $\Delta E$ .



20. Σε ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$  το ύψος του  $A\Delta = 6\text{ cm}$ . Να  
βρεθεί η πλευρά του και το εμβαδόν του.

21. Δίνονται τα σημεία  $A(-2, 3)$  και  $B(6, -3)$ . Να βρείτε τις  
αποστάσεις του  $A$  από τους άξονες και την απόσταση  $AB$ .

22. Να υπολογισθεί το  $x$  του



διπλανού σχήματος, αν  $\hat{B} = 90^\circ$   
και  $\hat{A}\hat{\Gamma}\Delta = 90^\circ$ .

23. Στο  $AB\Gamma\Delta$  τραπέζιο είναι  $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ ,  $AB = 2x$ ,  $B\Gamma = x+2$ ,  
 $\Gamma\Delta = x$ ,  $A\Delta = x - 7$  και η περίμετρός του  $70\text{ cm}$ .

α) να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του τραpezίου.

β) να υπολογίσετε την διαγώνιο  $A\Gamma$ .

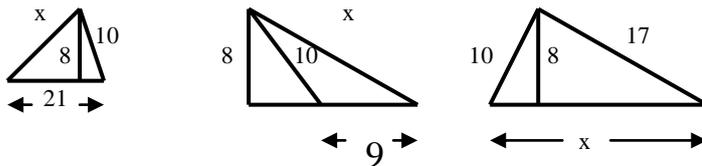
γ) να δείξετε ότι  $\hat{\Gamma}\hat{A}B = \hat{\Gamma}\hat{B}A$ .

24. Τρία σπίτια  $A, B, \Gamma$ , σχηματίζουν γωνία  $\hat{\Gamma}\hat{A}B = 90^\circ$ . Τα  
σπίτια  $B$  και  $\Gamma$  απέχουν από το  $A$  σπίτι  $800\text{m}$  και  $600\text{m}$   
αντίστοιχα. Πόση ώρα θα κάνει ένας πεζοπόρος που  
περπατάει με ταχύτητα  $6\text{ km/h}$ , για να περάσει και από τα  
τρία σπίτια ;

25. Σε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma = 5\text{ cm}$ , το ύψος  
του  $A\Delta$  είναι ίσο με την  $B\Gamma$ . Να βρείτε την  $B\Gamma$  και το  
εμβαδόν του.

26. Δίνεται τετράγωνο  $AB\Gamma\Delta$  με πλευρά  $AB = 8\text{ cm}$ . Αν  $E$   
σημείο της  $AB$  και  $Z$  σημείο της  $B\Gamma$ , έτσι ώστε  
 $BE = 2\text{ cm}$  και  $BZ = 2\text{ cm}$ . Να βρείτε την περίμετρο του  
 $\Delta EZ$  τριγώνου.

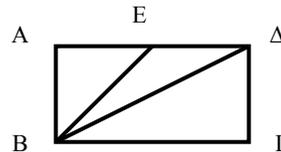
27. Να υπολογίσετε το  $x$  στα παρακάτω σχήματα.



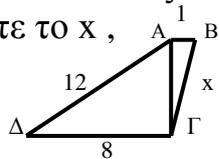
28. Σε τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  ( $AB // \Gamma\Delta$ ) με  $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ , είναι  
 $AB = 12\text{ cm}$ ,  $A\Gamma = 10\text{ cm}$ ,  $\Delta\Gamma = 6\text{ cm}$ . Να βρείτε την  $B\Gamma$   
και το εμβαδόν του.

29. Σε ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  έχουμε  $AB=\Gamma\Delta=5\text{ cm}$  και  $A\Delta=B\Gamma=4\text{ cm}$ . Στις προεκτάσεις των  $A\Delta$  και  $AB$  παίρνουμε τμήματα  $\Delta E=5\text{ cm}$  και  $BZ=4\text{ cm}$ .
- α) να υπολογίσετε τα μήκη  $\Gamma E$  και  $\Gamma Z$ .
- β) να υπολογίσετε τις γωνίες  $\hat{\Delta}\Gamma E$  και  $\hat{B}\Gamma Z$
- γ) να αποδείξετε ότι τα σημεία  $E, \Gamma, Z$ , είναι συνευθειακά.
30. Ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{A}=90^\circ$ , έχει  $A\Gamma=8\text{ cm}$ , και διάμεσο  $\Gamma M=\sqrt{73}\text{ cm}$ .
- α) να βρείτε την  $AM$  και την  $AB$ .
- β) να βρείτε την  $B\Gamma$ .
- γ) να βρείτε το εμβαδόν του  $AB\Gamma$ .
- δ) να βρείτε το ύψος του  $A\Delta$ .
- ε) να βρείτε την διάμεσό του  $BN$ .
31. Αν  $AB\Gamma$  ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς  $8\text{ cm}$  και  $E$  το μέσον του ύψους του  $A\Delta$ , να υπολογίσετε : α) το ύψος  $A\Delta$ , β) το  $BE$ .

32. Το  $AB\Gamma\Delta$  είναι ορθογώνιο με  $AB=8\text{ cm}$ ,  $B\Gamma=16\text{ cm}$ ,  $AE=6\text{ cm}$ . Να δείξετε ότι  $BE=E\Delta$ .

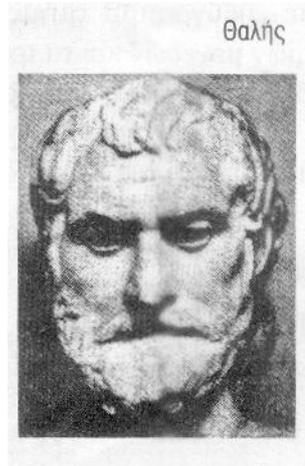


33. Να βρείτε το  $x$ , αν  $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}A=90^\circ$  και  $\hat{\Gamma}\hat{A}B=90^\circ$ .



34. Οι συντεταγμένες των κορυφών τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι  $A(1,3)$ ,  $B(-1,1)$  και  $\Gamma(3,-3)$ . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο.
35. Δύο πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου έχουν μήκη  $16\text{ m}$  και  $20\text{ m}$  αντίστοιχα. Να υπολογίσετε την τρίτη πλευρά του.

- Απαντήσεις :** 1) i) ναι στο  $A$ , ii) ναι στο  $B$ , iii) όχι,  
 2) i)  $\alpha=65$ , ii)  $\gamma=27$ , iii)  $\beta=24$ , 3)  $256, 113$ , 4)  $\delta=34$ ,  $E=480$ , 5)  $72$ , 6)  $\delta=10$ ,  
 7)  $\delta=15\text{ m}$ , 8)  $\nu=8\text{ m}$ ,  $E=24\text{ m}^2$ , 9)  $\nu=3\text{ m}$ ,  $E=12\text{ m}^2$ , 10)  $6, 8, 10$ , 11)  $5, 12, 13$ , ναι, 12)  $6, 8, 10$ , 13)  $6,481 - 12,329 - 1,4663 - 174,64 - 2 - 1/5$ , 14)  $\alpha=8$ ,  
 $\beta=-6,928$ ,  $\gamma=-0,318$ ,  $\delta=10,392$ , 15)  $AB=5$ , 16)  $E=32\text{ cm}^2$ ,  
 18)  $\gamma=12\text{ cm}$ ,  $\beta=16\text{ cm}$ ,  $E=96\text{ cm}^2$ , 19)  $\Delta E=50\text{ cm}$ ,  
 20)  $\alpha=6,928\text{ cm}$ ,  $E=20,784\text{ cm}$ , 21) 3 από τον  $xx'$ ,  
 2 από τον  $yy'$ ,  $AB=10$ , 22)  $x=25$ , 23) α)  $8, 15, 17, 30$ ,  
 β)  $A\Gamma=17\text{ cm}$ , 24)  $24\text{ min}$ , 25)  $B\Gamma=4,472\text{ cm}$ ,  $E=10\text{ cm}^2$ ,  
 26)  $\Pi=22,828\text{ cm}$ , 27)  $17, 17, 21$ , 28)  $B\Gamma=10\text{ cm}$ ,  $E=72\text{ cm}^2$ , 29) α)  
 $\Gamma E=7,07\text{ cm}$ ,  $\Gamma Z=5,656\text{ cm}$ , β)  $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}E = \hat{B}\hat{\Gamma}Z = 45^\circ$ ,  
 30) α)  $AM=3\text{ cm}$ ,  $AB=6\text{ cm}$ , β)  $B\Gamma=10\text{ cm}$ , γ)  $E=24\text{ cm}^2$ ,  
 δ)  $A\Delta=4,8\text{ cm}$ , ε)  $BN=7,211\text{ cm}$ , 31) α)  $A\Delta=6,928\text{ cm}$ ,  
 β)  $BE=5,292\text{ cm}$ , 33)  $x=9$ , 35)  $12\text{ m}$  ή περίπου  $25,6\text{ m}$



# Γ Ε Ω Μ Ε Τ Ρ Ι Α

## Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 2<sup>ο</sup>

### ( Τ Ρ Ι Γ Ω Ν Ο Μ Ε Τ Ρ Ι Α )

Έλληνες Μαθηματικοί

Ύπαρχος

Μνασίας

Κόνων ο Σάμιος 3<sup>ος</sup> π.Χ.

Ήρων ο Αλεξανδρεύς 1<sup>ος</sup> π.Χ.

Μενέλαος 1<sup>ος</sup> μ.Χ.

Πτολεμαίος 2<sup>ος</sup> μ.Χ.

Διόφαντος 3<sup>ος</sup> μ.Χ.

Υπατία 4<sup>ος</sup> μ.Χ.

Πάππος 4<sup>ος</sup> μ.Χ.

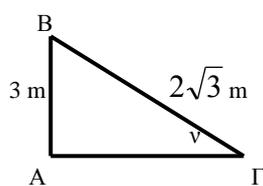
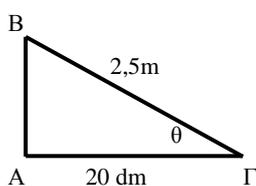
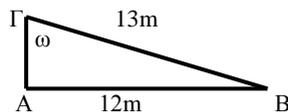
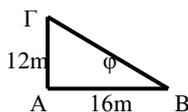
Λέοντας 9<sup>ος</sup> μ.Χ.

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

1. Πως συγκρίνουμε δυο ευθύγραμμα τμήματα ;
2. Τι λέμε κλίση ενός δρόμου ;
3. Αν ένας δρόμος έχει κλίση 12 % , τι σημαίνει ;
4. Σε ορθογώνιο τρίγωνο , να ορίσετε την εφαπτομένη , το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας του .
5. Πως μεταβάλλεται η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας όταν μεταβάλλεται η γωνία ;
6. Πως μεταβάλλεται το ημίτονο μιας οξείας γωνίας όταν μεταβάλλεται η γωνία ;
7. Πως μεταβάλλεται το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας όταν μεταβάλλεται η γωνία ;
8. Ποιοι είναι οι τριγωνομετρικοί αριθμοί μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου ;
9. Τι τιμές μπορεί να πάρει το ημίτονο , το συνημίτονο και η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας , ενός ορθογωνίου τριγώνου και γιατί ;
10. Είναι δυνατόν σε ορθογώνιο τρίγωνο , το ημίτονο και η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας του να είναι ίσα ;
11. Τι παρατηρείς για ένα ορθογώνιο τρίγωνο , στο οποίο το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας του είναι ίσα ;
12. Να γράψετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών  $30^\circ$  ,  $45^\circ$  ,  $60^\circ$  .

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Να συγκρίνετε τους παρακάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς :  
α)  $\eta\mu 38^\circ$  και  $\eta\mu 75^\circ$    β)  $\sigma\upsilon\nu 42^\circ$  και  $\sigma\upsilon\nu 83^\circ$   
γ)  $\epsilon\phi 18^\circ$  και  $\epsilon\phi 81^\circ$
2. Σε σύστημα αξόνων  $xOy$  , δίνονται τα σημεία  $A(5,2)$  και  $B(1,4)$  . Να βρείτε τις εφαπτόμενες των γωνιών :  
 $\hat{x}OA$  και  $\hat{B}Oy$  .
3. Δίνονται τα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα .



Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών  $\varphi$ ,  $\omega$ ,  $\theta$ ,  $\nu$ .

4. Να κατασκευάσετε γωνίες  $\omega$  που να έχουν :

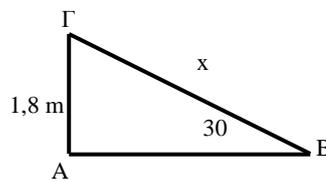
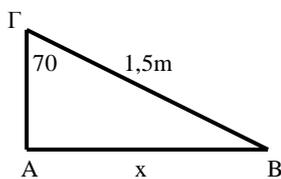
α)  $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$  , β)  $\sigma\upsilon\nu\omega = 0,6$  ,  $\epsilon\phi\omega = \frac{4}{3}$  .

5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο  $ΑΒΓ$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) να αποδείξετε ότι ισχύουν οι σχέσεις :

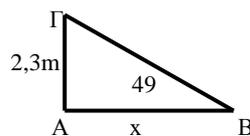
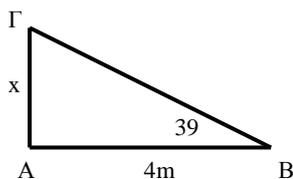
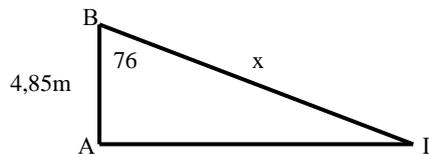
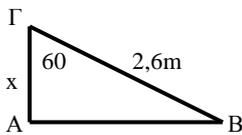
α)  $\eta\mu\Gamma = \sigma\upsilon\nu B$  , β)  $\eta\mu^2\Gamma + \sigma\upsilon\nu^2\Gamma = 1$

γ)  $\sigma\upsilon\nu^2 B + \sigma\upsilon\nu^2\Gamma = 1$  , δ)  $\epsilon\phi B = \frac{\eta\mu B}{\sigma\upsilon\nu B}$

6. Στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα να υπολογίσετε τις πλευρές  $x$ .



7. Στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα να υπολογίσετε τις πλευρές  $x$ .

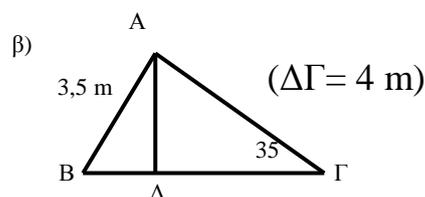
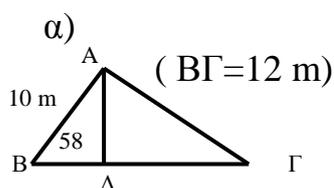


8. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

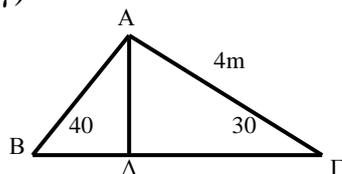
$$A = \frac{\eta\mu 30^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 30^\circ}{\epsilon\phi 45^\circ + \epsilon\phi^2 30^\circ}$$

$$B = \frac{\epsilon\phi^2 60^\circ - \eta\mu^2 30^\circ}{\sigma\upsilon\nu^2 45^\circ + \sigma\upsilon\nu 60^\circ}$$

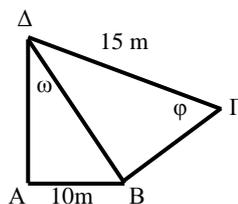
9. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των τριγώνων :



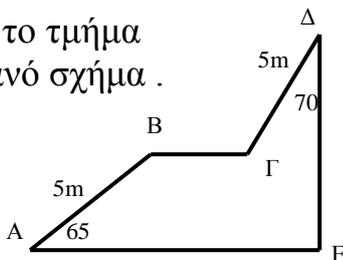
γ)



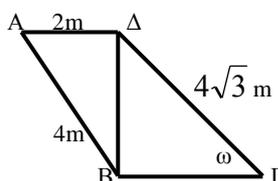
10. Σε ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A}=90^\circ$ ) είναι  $AB = 1$  cm και  $AG = \sqrt{3}$  cm . Να βρείτε τις γωνίες του .
11. Ένα αεροπλάνο απογειώνεται από το έδαφος με γωνία  $30^\circ$  . Όταν διανύσει στην πορεία του 1000 m , να βρείτε σε ποιο ύψος πάνω από το έδαφος βρίσκεται ;
12. Στο διπλανό σχήμα είναι  $\eta\mu\omega = \frac{5}{6}$  .  
 Να βρείτε το  $\eta\mu\phi$  , την  $B\Gamma$  , το  $\sigma\upsilon\nu\phi$  και την εφφ , αν  $\Delta\hat{A}B = \Delta\hat{B}\Gamma = 90^\circ$  .



13. Να υπολογίσετε το τμήμα  $\Delta E$  , στο διπλανό σχήμα .



14. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε την εφω και την γωνία  $\omega$  , αν  $\Delta\hat{A}B=90^\circ$  και  $\Delta\hat{B}\Gamma=90^\circ$  .



15. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A}=90^\circ$ ) , να δείξετε ότι :  
 α)  $\eta\mu^2B + \sigma\upsilon\nu^2B = 1$  , β) οι αριθμοί  $\kappa = \eta\mu^2B \cdot \sigma\upsilon\nu^2B$  ,  $\lambda = \frac{1}{\eta\mu^2B} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2B}$  , είναι αντίστροφοι .
16. Μια σκάλα σένα σπίτι αποτελείται από 15 σκαλοπάτια που το καθένα έχει πλάτος 26 cm και ύψος 20 cm . Να βρείτε το ύψος της σκάλας , το μήκος της σκάλας και την κλίση της .
17. Σε ισοσκελές τρίγωνο με ίσες πλευρές 10 cm η κάθε μια, οι ίσες του γωνίες είναι  $30^\circ$  η κάθε μια . Να βρείτε την βάση του .
18. Σε παραλληλόγραμμο η μικρότερη πλευρά του είναι 6 m και η μια γωνία του είναι  $45^\circ$  . Να βρείτε το ύψος που αντιστοιχεί στις μεγαλύτερες πλευρές .

19. Ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A}=90^\circ$ ) έχει  $\epsilon\phi B = \frac{4}{3}$ .

Αν το τετράγωνο με πλευρά την  $AB$  έχει εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν ενός ορθογωνίου που έχει περίμετρο  $26m$  και η μια του διάσταση διαφέρει από την άλλη κατά  $5m$ , να βρείτε τις πλευρές του ορθογωνίου τριγώνου.

20. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο να δικαιολογήσετε ότι οι εφαπτόμενες των οξείων γωνιών του είναι αριθμοί αντίστροφοι.

21. Δίνονται τα σημεία  $A(2,2)$  και  $B(1,\sqrt{3})$ . Να

υπολογίσετε την γωνία  $\hat{A}\hat{O}B$ .

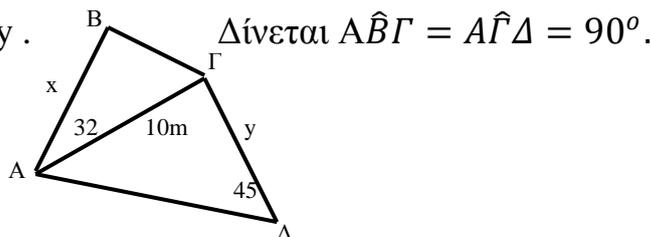
22. Να υπολογίσετε την παράσταση :

$$A = \frac{\eta\mu 45^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ - \epsilon\phi 60^\circ \cdot \epsilon\phi 30^\circ}{\epsilon\phi 45^\circ + \eta\mu 30^\circ + \sigma\upsilon\nu 60^\circ - \eta\mu 60^\circ + \sigma\upsilon\nu 30^\circ}$$

23. Ένα παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  έχει  $AB = 12m$ ,  $A\Delta = 8m$  και  $\hat{A} = 30^\circ$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

24. Στο διπλανό σχήμα

να υπολογίσετε τα  $x, y$ .



25. Να υπολογίσετε την παράσταση :

$$A = \frac{\eta\mu^2(15x) + \sigma\upsilon\nu^2(20x)}{\epsilon\phi^2(10x)}, \text{ όπου } x \text{ είναι η ρίζα(λύση) της εξίσωσης :}$$

$$2 - \frac{x-5}{2} = x.$$

**Απαντήσεις :** 1. α)  $\eta\mu 38^\circ \langle \eta\mu 75^\circ$ , β)  $\sigma\upsilon\nu 42^\circ \rangle \sigma\upsilon\nu 83^\circ$ ,

- γ)  $\epsilon\phi 18^\circ \langle \epsilon\phi 81^\circ$ , 2.  $\epsilon\phi x \hat{O} A = 0,4$ ,  $\epsilon\phi y \hat{O} B = 0,25$ , 3.  $\eta\mu \phi = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\nu \phi = 0,8$ ,  $\epsilon\phi \phi = 0,75$ ,  $\eta\mu \omega = 0,923$ ,  $\sigma\upsilon\nu \omega = 0,385$ ,  $\epsilon\phi \omega = 2,4$ ,  $\eta\mu \theta = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\nu \theta = 0,8$ ,  $\epsilon\phi \theta = 0,75$ ,  $\eta\mu \nu = 0,866$ ,  $\sigma\upsilon\nu \nu = 0,5$ ,  $\epsilon\phi \nu = 1,732$ , 6.  $x = 1,41m$ ,  $x = 3,6m$ , 7.  $x = 1,3m$ ,  $x = 20,04m$ ,  $x = 3,24m$ ,  $x = 2m$ , 8.  $A = 15/16$ ,  $B = 11/4$ , 9. α)  $E = 50,88m^2$ , β)  $E = 8,54m^2$ , γ)  $E = 6,57m^2$ , 10.  $60^\circ, 30^\circ$ , 11.  $500m$ , 12.  $\eta\mu \phi = 0,8$ ,  $B\Gamma = 9m$ ,  $\sigma\upsilon\nu \phi = 0,6$ ,  $\epsilon\phi \phi = 1,333$ , 13.  $\Delta E = 9,23m$ , 14.  $\epsilon\phi \omega = 0,577$ ,  $\omega = 30^\circ$ , 16.  $3m$ ,  $4,92m$ ,  $38^\circ$ , 17.  $17,32m$ , 18.  $4,236m$ , 19.  $6m$ ,  $8m$ ,  $10m$ , 21.  $\hat{A}\hat{O}B = 15^\circ$ , 22.  $A = -1/4$ , 23.  $E = 48m^2$ , 24.  $x = 8,48m$ ,  $y = 10m$ , 25.  $A = 9/4$ .



# Α Λ Γ Ε Β Ρ Α

## Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 3<sup>ο</sup>

### (ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ)

Μαθηματικοί που ασχολήθηκαν με  
τις συναρτήσεις .

**R. Descartes**

**P. Fermat**

**W. Leibniz**

**Rolle**

**J. Bernoulli**

**L. Euler**

**Langrange**

**B. Bolzano**

**A. Cauchy**

**B. Riemann**

**J. Fourier**

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

1. Τι ονομάζουμε συνάρτηση μεταξύ δυο μεταβλητών  $x, y$ ;
2. Πως λέγεται το σύνολο των τιμών που μπορεί να πάρει η μεταβλητή  $x$ , σε μια συνάρτηση μεταξύ των μεταβλητών  $x, y$ ;
3. Τι λέμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;
4. Πως μπορούμε να διαπιστώσουμε αν μια γραφική παράσταση, είναι γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;
5. Να γράψετε τα πρόσημα των συντεταγμένων των σημείων που βρίσκονται στο  $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ$  και  $4^\circ$  τεταρτημόριο.
6. Να βρείτε την απόσταση του σημείου  $A(-3, 4)$  από τους άξονες.
7. Να βρείτε τα συμμετρικά του σημείου  $A(2, -5)$  ως προς τους άξονες  $xx', yy'$  και ως προς την αρχή των αξόνων.
8. Αν  $A(x_1, y_1)$  και  $B(x_2, y_2)$  να βρείτε την απόσταση  $AB$ .
9. Πότε δυο ποσά λέγονται ανάλογα;
10. Να βρείτε παραδείγματα αναλόγων ποσών.
11. Τι ισχύει για τον λόγο των αντιστοίχων τιμών, δυο αναλόγων ποσών;
12. Ποια είναι η μορφή της συνάρτησης δυο αναλόγων ποσών;
13. Ποια είναι η γραφική παράσταση δυο αναλόγων ποσών;
14. Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = ax$ ;
15. Πως λέγεται το  $a$ , στις συναρτήσεις  $y = ax$  και  $y = ax + \beta$ ;
16. Τι λέμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων και τι ορθοκανονικό;
17. Που βρίσκονται τα σημεία που έχουν τεταγμένη  $0$ ;
18. Που βρίσκονται τα σημεία που έχουν τετμημένη  $0$ ;
19. Τι σχέση έχουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $y = ax$  και  $y = ax + \beta$ ;
20. Από ποιο σταθερό σημείο διέρχονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $y = ax + 3$ , όταν το  $a$  παίρνει διάφορες πραγματικές τιμές;
21. Πως σχετίζονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $y = 3x + \beta$ , όταν το  $\beta$  παίρνει διάφορες πραγματικές τιμές;
22. Πότε δυο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα;
23. Τι ισχύει για το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών δυο αντιστρόφως αναλόγων ποσών;
24. Ποια είναι η συνάρτηση που συνδέει δυο αντιστρόφως ανάλογα ποσά  $x$  και  $y$ ;
25. Πως είναι η γραφική παράσταση δυο αντιστρόφως αναλόγων ποσών και πως ονομάζεται;
26. Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = \frac{\alpha}{x}$ ;
27. Ποιες είναι οι ασύμπτωτες σε μια υπερβολή της μορφής  $y = \frac{\alpha}{x}$ ;
28. Αν  $\alpha > 0$ , σε ποια τεταρτημόρια βρίσκονται οι κλάδοι της υπερβολής  $y = \frac{\alpha}{x}$ ;

29. Αν  $\alpha < 0$  , σε ποια τεταρτημόρια βρίσκονται οι κλάδοι της υπερβολής  $y = \frac{\alpha}{x}$  ;
30. Μια υπερβολή της μορφής  $y = \frac{\alpha}{x}$  έχει άξονες συμμετρίας ; αν ναι ποιους ;
31. Μια υπερβολή της μορφής  $y = \frac{\alpha}{x}$  , έχει κέντρο συμμετρίας ; αν ναι ποιο ;

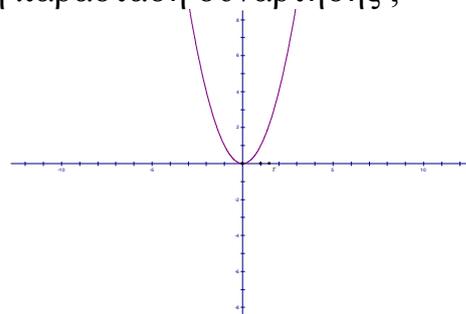
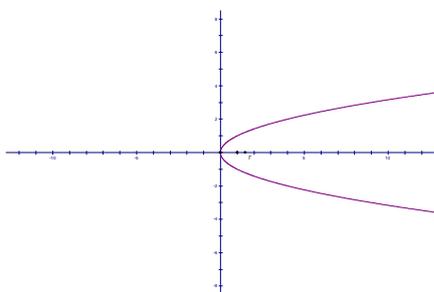
### ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- Σ' ένα ορθογώνιο η μια διάστασή του είναι διπλάσια της άλλης. Να εκφράσετε την περίμετρό του και το εμβαδόν του σαν συνάρτηση της μικρότερης πλευράς .
- Σ' ένα ορθογώνιο η μια διάστασή του είναι κατά 3m μεγαλύτερη της άλλης . Να εκφράσετε την περίμετρό του ( $\pi$ ) και το εμβαδόν του ( $E$ ) σαν συνάρτηση της μικρότερης πλευράς του . ( Να κάνετε το ίδιο σαν συνάρτηση της μεγαλύτερης πλευράς ) .
- Ενός τραπεζίου , η μεγάλη βάση του είναι κατά 5m μεγαλύτερη της μικρότερης βάσης του . Αν το ύψος του είναι 6m , να εκφράσετε το εμβαδόν του σαν συνάρτηση της μικρής του βάσης .
- Δίνεται η συνάρτηση  $y = kx + \lambda$  και ο πίνακας τιμών της

x	0	2	1
y	-2	4	1

Να υπολογίσετε τα  $k, \lambda$  .

- Σύμφωνα με τον ορισμό της συνάρτησης , από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις , ποια είναι γραφική παράσταση συνάρτησης ;



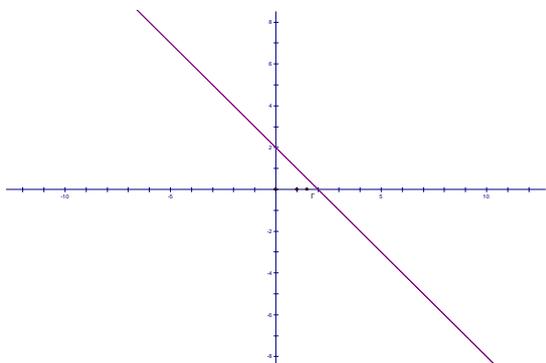
- Δίνεται η συνάρτηση  $y = -3x + 2$  . Να συμπληρώσετε τον πίνακα :

x	-1	0	2			
y				8	-1	14

- Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

α)  $y = 2x + 1, -3 \leq x \leq 2,$       β)  $y = -x + 3, 0 \leq x \leq 5$

8. Δίνεται η παρακάτω γραφική παράσταση. Να συμπληρώσετε τον πίνακα .



x	-2		0		2
y		3		-1	

9. Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

α)  $y = \frac{4}{3}x$  ,    β)  $y = -0,4x$  ,    γ)  $y = -\frac{3}{2}x$

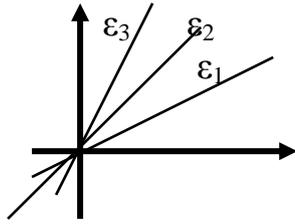
10. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω πίνακες, είναι πίνακες αναλόγων ποσών .

x	12	16	28
y	15	20	35

x	6	9	15
y	8	12	20

x	15	20	25
y	18	24	36

11. Να βρείτε την συνάρτηση που η γραφική της παράσταση είναι ευθεία , διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $A(-2, 6)$  .
12. Να βρείτε την γωνία που σχηματίζει , η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = x$  με τον ημιάξονα  $Ox$  .
13. Να σχεδιάσετε την ευθεία που έχει κλίση  $1/2$  και διέρχεται από την αρχή των αξόνων .
14. Ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα  $v=3$  m/s . Να εκφράσετε το διάστημα  $s$  που διανύει , ως συνάρτηση του χρόνου  $t$  . Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση αυτή .
15. Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση  $20\%$  σ' όλα του τα είδη στην περίοδο των εκπτώσεων .
- α) Να βρείτε την σχέση που εκφράζει τις νέες τιμές  $y$  ως συνάρτηση των παλιών τιμών  $x$  .
- β) Να σχεδιάσετε την γραφική παράστασή της .
- γ) Με την βοήθεια της συνάρτησης να βρείτε :
- i) Την νέα τιμή ενός είδους που έκανε πριν  $5$  € .
- ii) Την παλιά τιμή ενός είδους που τώρα κάνει  $12$  € .
16. Να βρείτε την κλίση μιας ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο  $A(2, 4)$  .
17. Να αντιστοιχίσετε τις ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  με τις συναρτήσεις  $\alpha, \beta, \gamma$  .



$$\begin{aligned} \alpha &: y = 2x \\ \beta &: y = 0,5x \\ \gamma &: y = 3x \end{aligned}$$

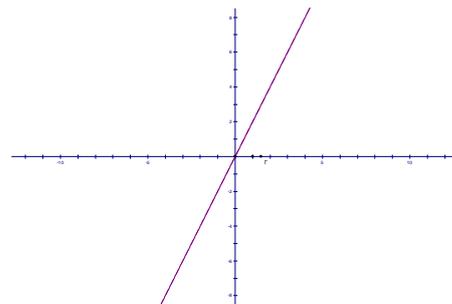
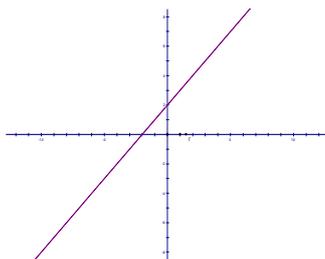
18. Το διοξείδιο του άνθρακα ( $\text{CO}_2$ ) περιέχει άνθρακα (C) και οξυγόνο (O) σε αναλογία μαζών  $7 : 16$ . Να βρείτε πόσα g άνθρακα και πόσα g οξυγόνο περιέχονται σε 46 g διοξειδίου του άνθρακα.
19. Να εξετάσετε αν η ευθεία  $y = -2x + 3$  διέρχεται από τα σημεία  $A(-1, 5)$  και  $B(2, 1)$ .
20. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία  $A(0, -2)$  και  $B(-3, 4)$ .
21. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση 1 και τέμνει τον άξονα  $yy'$  στο σημείο με τεταγμένη 2.
22. Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση  $y = \frac{2}{3}x + 2$   
αν α) ο  $x$  πραγματικός, β)  $x < 0$ , γ)  $-2 \leq x < 4$ .
23. Ένα εργοστάσιο κατασκευάζει πλαστικές καρέκλες με κόστος 2 € ανά καρέκλα. Επίσης πληρώνει ενοίκιο για αποθήκευση των καρεκλών σε μια αποθήκη 5 € την ημέρα.  
α) Να εκφράσετε το συνολικό ημερήσιο κόστος  $y$  σαν συνάρτηση του αριθμού  $x$  των καρεκλών που παράγει ημερησίως.  
β) Να σχεδιάσετε την συνάρτηση αυτή.
24. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω πίνακες είναι πίνακες αντιστρόφως αναλόγων ποσών.

x	3	7	8
y	1/3	1/7	1/8

x	5	4	2
y	0,4	0,5	1

x	5	3	4
y	2,4	4	2

25. Να βρείτε τις συναρτήσεις των παρακάτω γραφικών παραστάσεων.



26. Μια φαρμακευτική εταιρεία κάνει μια ποσότητα από ένα φάρμακο, ώστε να μπορεί να παρασκευάζει 2000 χάπια των 500 mg. Αν τα χάπια ήταν των 100 mg πόσα μπορούσε να παρασκευάσει;
27. Ένας παραγωγός λεμονιών μάζεψε μια μέρα λεμόνια και για να τα συσκευάσει χρειάστηκε να χρησιμοποιήσει 81 τελάρα που το καθένα χωράει 16 Kg λεμόνια. Πόσα τελάρα θα χρειαζότανε αν το καθένα χωρούσε 24 Kg;
28. Μια κατασκήνωση καταναλώνει 400 g λάδι την ημέρα και με ένα δοχείο περνάει 40 ημέρες. Αν κατανάλωνε 500 g λάδι την ημέρα, πόσες ημέρες θα περνούσε με ένα δοχείο;
29. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:  $y = \frac{6}{x}$  και  $y = -\frac{6}{x}$ .
30. Είκοσι πρόσκοποι κατασκήνωσαν σ' ένα βουνό έχοντας εφόδια για 10 ημέρες. Μετά από 2 ημέρες έφυγαν οι τέσσερις επειδή αρρώστησαν. Πόσες ημέρες μπορούν να παρατείνουν την παραμονή τους οι υπόλοιποι με τα εφόδια που τους έχουν απομείνει;
31. Δίνεται η συνάρτηση  $y = (2\kappa + 3)x + (3 - \lambda)$ . Να προσδιορίσετε τα  $\kappa$ ,  $\lambda$  αν ξέρουμε ότι είναι παράλληλη στην γραφική παράσταση της συνάρτησης  $y = x - 2$  και διέρχεται από το σημείο  $A(-1, 2)$ .

**Απαντήσεις:** 1.  $\pi = 6x$ ,  $E = 2x^2$ , 2.  $\pi = 4x - 6$ ,  $E = x^2 - 3x$ ,  
 4.  $E = 6x + 5$ , 4.  $\kappa = 3$ ,  $\lambda = -2$ , 5. όχι, ναι,  
 6.  $(-1,5)$ ,  $(0,2)$ ,  $(2,-4)$ ,  $(-2,8)$ ,  $(1,-1)$ ,  $(-4,14)$ , 8.  $(-2,4)$ ,  $(-1,3)$ ,  
 $(0,2)$ ,  $(3,-1)$ ,  $(2,0)$ , 10. ναι, ναι, όχι, 11.  $y = -3x$ ,  
 $12. 45^0$ , 14.  $S = 3t$ , 15.  $y = 0,8x$ , 4 €, 15 €, 16. κλίση 2,  
 17.  $(\epsilon_1, \beta)$ ,  $(\epsilon_2, \alpha)$ ,  $(\epsilon_3, \gamma)$ , 18. 14g άνθρακα, 32 g Οξυγόνο,  
 19. ναι, όχι, 20.  $y = -2x - 2$ , 21.  $y = x + 2$ , 23.  $y = 2x + 5$ , 24. ναι, ναι,  
 όχι, 25.  $y = x + 2$ ,  $y = 2x$ , 26. 10.000 χάπια, 27. 54 τελάρα, 28. 32 ημέρες,  
 30. 2 ημέρες, 31.  $\kappa = -1$ ,  $\lambda = 0$ .



Αρχιμήδης σκεπτόμενος

# Γ Ε Ω Μ Ε Τ Ρ Ι Α

## Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 3<sup>ο</sup>

(ΚΥΚΛΟΣ – ΜΕΤΡΗΣΗ)

**Οι επτά σοφοί της αρχαιότητας**

1. Θαλής ο Μιλήσιος
2. Βίας ο Πριηνεύς
3. Πιπτακός ο Μυτιληναίος
4. Σόλων ο Αθηναίος
5. Κλεόβουλος ο Ρόδιος
6. Περίανδρος ο Κορίνθιος
7. Χίλων ο Λακεδαιμόνιος

## ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ 3<sup>ου</sup> ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ

1. Επίκεντρη γωνία λέμε την γωνία που η κορυφή της συμπίπτει με το κέντρο του κύκλου και οι πλευρές της είναι ακτίνες του κύκλου .
2. Το τόξο και η χορδή που ορίζει μια επίκεντρη γωνία σ' ένα κύκλο λέγονται αντίστοιχο τόξο και αντίστοιχη χορδή της επίκεντρης γωνίας .
3. Σε ίσους κύκλους ή στον ίδιο κύκλο :
  - α) Ίσες επίκεντρες γωνίες αντιστοιχούν σε ίσα τόξα και αντίστροφα.
  - β) Ίσα τόξα αντιστοιχούν σε ίσες χορδές και αντίστροφα.
  - γ) Ίσες επίκεντρες γωνίες αντιστοιχούν σε ίσες χορδές και αντίστροφα.
4. Μια επίκεντρη γωνία και το αντίστοιχο τόξο της αν μετρηθούν σε μοίρες εκφράζονται με τον ίδιο αριθμό.
5. Εγγεγραμμένη λέμε την γωνία που η κορυφή της είναι ένα σημείο του κύκλου και οι πλευρές της είναι χορδές του κύκλου.
6. Σε κάθε κύκλο :
  - α) Η εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με το μισό της επίκεντρης που αντιστοιχεί στο ίδιο τόξο.
  - β) Η επίκεντρη γωνία είναι πάντα διπλάσια από κάθε εγγεγραμμένη που αντιστοιχεί στο ίδιο τόξο.
  - γ) Η εγγεγραμμένη γωνία σε μοίρες είναι ίση με το μισό του αντιστοίχου τόξου της.
7. Κάθε εγγεγραμμένη που βαίνει(αντιστοιχεί) σε ημικύκλιο είναι πάντα  $90^\circ$  (ορθή).
8. Οι εγγεγραμμένες που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι ίσες.
9. Ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό , όταν έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες του τις γωνίες ίσες.
10. Το κέντρο και η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου ενός πολυγώνου , λέγονται αντίστοιχα κέντρο και ακτίνα του πολυγώνου.
11. Η κεντρική γωνία ενός κανονικού  $n$ -γώνου δίνεται από τον τύπο : 
$$\hat{\omega} = \frac{360^\circ}{n} .$$
12. Η γωνία  $\phi$  ενός κανονικού  $n$ -γώνου και η κεντρική του γωνία είναι παραπληρωματικές δηλαδή :  $\hat{\phi} + \hat{\omega} = 180^\circ .$
13. Το μήκος και το εμβαδόν ενός κύκλου(κυκλικού δίσκου) δίνεται από τους τύπους :
$$\Gamma = \pi \delta \quad \text{ή} \quad \Gamma = 2\pi \rho \quad \text{και} \quad E = \pi \rho^2 .$$

## **Β΄ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ**

1. Ποια γωνία λέμε επίκεντρη ;
2. Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη ;
3. Πότε δυο τόξα  $\mu^{\circ}$  είναι ίσα ;
4. Ποια σχέση έχουν μια εγγεγραμμένη και η αντίστοιχη επίκεντρή της ;
5. Πόσων μοιρών είναι μια γωνία εγγεγραμμένη που αντιστοιχεί σε ημικόκλιο ;
6. Πως σχετίζονται δυο εγγεγραμμένες γωνίες που αντιστοιχούν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα ;
7. Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό ;
8. Ποιο είναι το κέντρο και η ακτίνα ενός κανονικού πολυγώνου ;
9. Ποιος τύπος μας δίνει την κεντρική γωνία ενός κανονικού  $n$ - γώνου ;
10. Ποια σχέση συνδέει την κεντρική και την γωνία ενός κανονικού πολυγώνου ;
11. Να κατασκευάσετε ένα κανονικό οκτάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο  $(O, 2\text{cm})$  .
12. Να κατασκευάσετε ένα κανονικό εξάγωνο με πλευρά  $2\text{cm}$ .
13. Να κατασκευάσετε ένα κανονικό εξάγωνο , ένα κανονικό τετράπλευρο (τετράγωνο) και ένα κανονικό τρίγωνο (ισόπλευρο) εγγεγραμμένα σε κύκλο  $(O, 2\text{cm})$ .
14. Σε κάθε κύκλο , με τι ισούται ο λόγος του μήκους του προς την διάμετρό του ;
15. Τι σχέση έχουν σε κάθε κύκλο το μήκος του και η διάμετρό του ;
16. Να γράψετε τους τύπους που μας δίνουν την περίμετρο ενός κύκλου και το εμβαδόν του .

## **Γ΄ ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ**

1. Να εξηγήσετε γιατί κάθε τραπέζιο που έχει τις κορυφές του πάνω σ' ένα κύκλο είναι ισοσκελές.
2. Να βρείτε το είδος της γωνίας που είναι εγγεγραμμένη σε κύκλο και αντιστοιχεί σε τόξο που είναι μεγαλύτερο από ημικόκλιο .
3. Σ' ένα κύκλο έχουμε τα σημεία  $A, B, \Gamma$  , το τόξο  $\widehat{AB}$  είναι το  $1/5$  του κύκλου και το τόξο  $\widehat{B\Gamma}$  ισούται με τα  $2/3$  της ορθής. Να υπολογίσετε την γωνία  $\widehat{AB\Gamma}$  .
4. Σε κύκλο φέρουμε δυο διαμέτρους  $A\Gamma$  και  $B\Delta$  . Τι είδους σχήμα είναι το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  ; Να δικαιολογήσετε

την απάντησή σας .

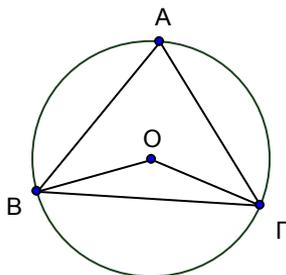
5. Σε κύκλο  $(O, R)$  παίρνουμε τα σημεία  $A, B, \Gamma$  έτσι ώστε

$AB=R$  . Να υπολογίσετε την γωνία  $\hat{A}\Gamma B$  .

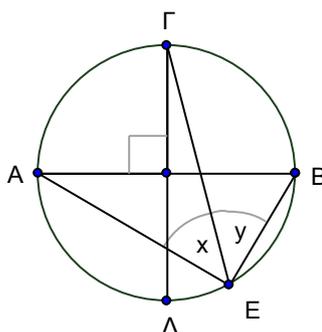
6. Σε κύκλο  $(O, R)$  παίρνουμε τα σημεία  $A, B, \Gamma, \Delta$  , έτσι

ώστε τα τόξα  $\hat{A}B$  και  $\hat{\Gamma}\Delta$  να είναι ίσα . Να δείξετε ότι  $B\Gamma \parallel A\Delta$  .

7. Αν  $\rho=5\text{cm}$  ,  $AB=A\Gamma$  και  $B\hat{O}\Gamma=140^\circ$  . Να υπολογίσετε τις γωνίες :  $B\hat{A}\Gamma$  ,  $A\hat{B}\Gamma$  ,  $A\hat{\Gamma}B$  τα τόξα :  $\hat{A}B$  ,  $\hat{A}\Gamma$  και την  $B\Gamma$  .



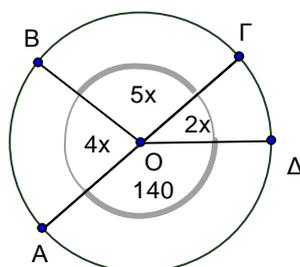
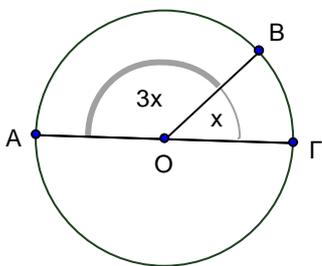
Άσκηση 7



Άσκηση 8

8. Στο σχήμα είναι  $AB \perp \Gamma\Delta$  . Να δικαιολογήσετε ότι  $x = y$  .

9. Να υπολογίσετε τα τόξα :  $\hat{A}B$  ,  $\hat{B}\Gamma$  ,  $\hat{\Gamma}\Delta$  στα παρακάτω σχήματα .

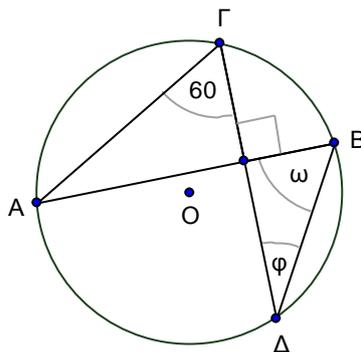
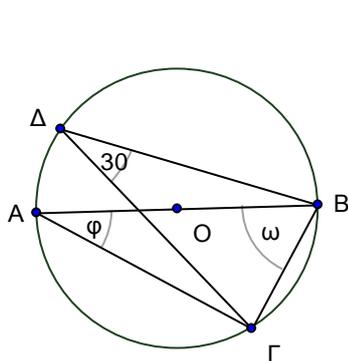


10. Αν σ' ένα κύκλο  $(O, R)$  μια επίκεντρη γωνία  $A\hat{O}B$  είναι

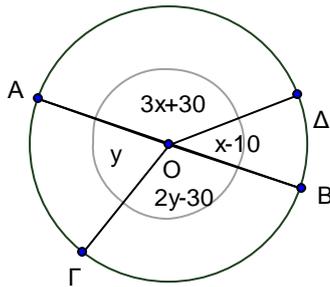
ίση με μια εγγεγραμμένη γωνία  $\Gamma\hat{\Delta}E$  , να βρείτε την

σχέση που συνδέει τα τόξα  $\hat{A}B$  και  $\hat{\Gamma}E$  .

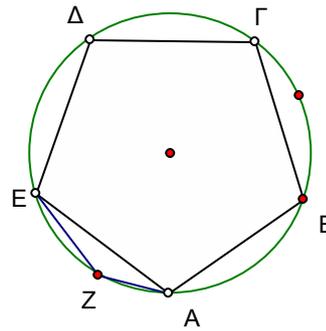
11. Να υπολογισθούν οι γωνίες  $\omega$  και  $\varphi$  των παρακάτω σχημάτων.



12. Να βρείτε τα  $x$  και  $y$ , του σχήματος.



Άσκηση 12



Άσκηση 13

13. Να υπολογίσετε την γωνία  $\widehat{EZA}$ , αν το  $AB\Gamma\Delta E$  είναι κανονικό 5-γωνο .

14. Σε κύκλο  $(O, \rho)$  είναι  $\widehat{AB} = 100^\circ$ ,  $\widehat{B\Gamma} = 160^\circ$  και

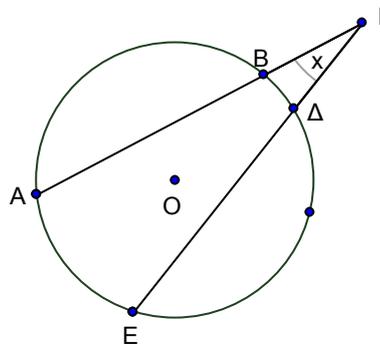
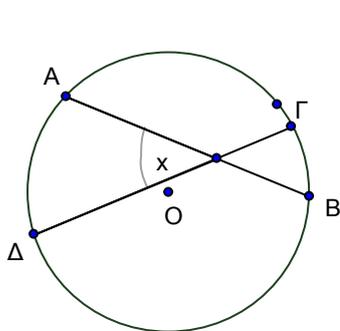
$\widehat{\Gamma\Delta} = 80^\circ$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες του  $AB\Gamma\Delta$ .

15. Σε ημικύκλιο διαμέτρου  $A\Gamma = 10$  cm, δίνεται σημείο του

$B$  έτσι ώστε  $\widehat{AB} = 2\widehat{B\Gamma}$ . Να υπολογίσετε τις πλευρές και τις γωνίες του  $AB\Gamma$  τριγώνου .

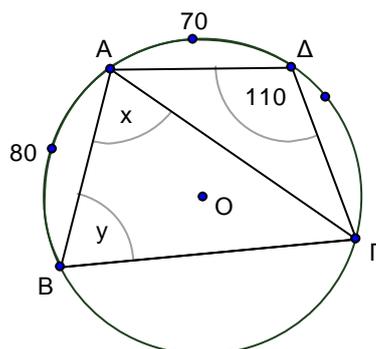
16. Αν ξέρετε τις κορυφές ενός κανονικού  $n$  - γώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο  $(O, \rho)$  μπορείτε να κατασκευάσετε ένα άλλο κανονικό πολύγωνο με διπλάσιο αριθμό πλευρών  $(2n)$  ;

17. Να υπολογίσετε τις γωνίες  $x$  των παρακάτω σχημάτων.

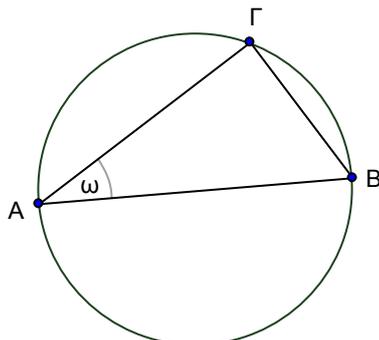


i) Αν  $\widehat{A\Delta} = 60^\circ$ ,  $\widehat{B\Gamma} = 30^\circ$ , ii) αν  $\widehat{A\epsilon} = 80^\circ$ ,  $\widehat{B\Delta} = 50^\circ$ .

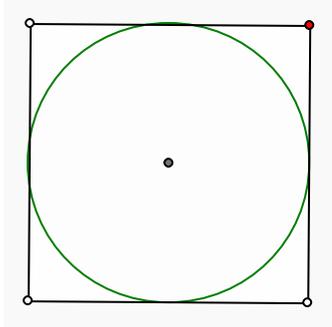
18. Να υπολογίσετε τα  $x$ ,  $y$  και μετά να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο  $A\Gamma B$  είναι ισοσκελές .



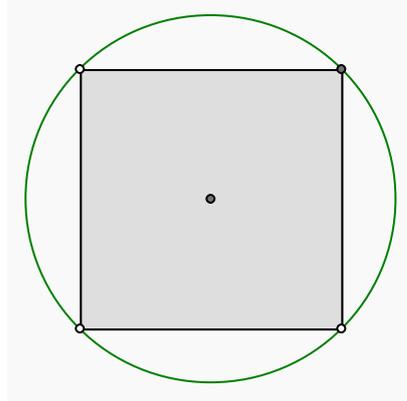
19. α) Να βρείτε την κεντρική γωνία και την γωνία ενός κανονικού οκταγώνου.  
 β) Να βρείτε ποιο κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία  $36^{\circ}$ .  
 γ) Να βρείτε ποιο κανονικό πολύγωνο έχει γωνία  $162^{\circ}$ .
20. Σε ποιο κανονικό πολύγωνο η γωνία του είναι 3-πλάσια από την κεντρική του γωνία ;
21. Ποιο κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία ίση με την γωνία του ;
22. α) Να εξετάσετε αν υπάρχουν κανονικά πολύγωνα με κεντρική γωνία  $30^{\circ}$ ,  $15^{\circ}$ ,  $16^{\circ}$ .  
 β) Να εξετάσετε αν υπάρχουν κανονικά πολύγωνα με γωνία  $130^{\circ}$ ,  $150^{\circ}$ ,  $160^{\circ}$ .
23. Ένας κύκλος έχει μήκος 6,28 cm περισσότερο από έναν άλλο. Πόσο μεγαλύτερη είναι η ακτίνα του πρώτου κύκλου;
24. Ένας κύκλος (O, ρ) έχει :  
 α) ακτίνα 2 cm . Να βρείτε το μήκος του και το εμβαδόν του .  
 β) περίμετρο 18,84 cm. Να βρείτε την ακτίνα του και το εμβαδόν του .  
 γ) διάμετρο 8 cm . Να βρείτε το μήκος του και το εμβαδόν του .  
 δ) εμβαδόν  $78,5 \text{ cm}^2$ . Να βρείτε την ακτίνα του και την περίμετρό του .
25. Οι διάμετροι δυο κύκλων διαφέρουν κατά 4 cm. Να βρείτε πόσο διαφέρουν οι ακτίνες των και τα μήκη τους .
26. Οι περίμετροι δυο κύκλων έχουν λόγο  $3/2$  . Να βρείτε το λόγο των διαμέτρων τους , τον λόγο των ακτίνων των και τον λόγο των εμβαδών του .
27. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού έχουν μήκος 1,5 cm και 2 cm αντίστοιχα. Να βρείτε πόσο μήκος θα διαγράψουν το άκρα τους μέσα σε 12 h .
28. Στο παρακάτω κύκλο , οι χορδές  $AB=10\text{cm}$  ,  $A\Gamma=8\text{cm}$  και  $B\Gamma=6\text{cm}$  .  
 Να υπολογίσετε την ακτίνα του κύκλου , το εμβαδόν του και την εφω.



29. Το τετράγωνο έχει πλευρά 6cm. Να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου και το εμβαδόν του μέρους του τετραγώνου που είναι έξω από τον κύκλο.



Άσκηση 29



Άσκηση 30

30. Ο κύκλος έχει ακτίνα  $2\sqrt{2}$  cm. Να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου, την πλευρά του τετραγώνου και το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που είναι έξω από το τετράγωνο.

**Απαντήσεις:** 2. αμβλεία, 3.  $114^\circ$ , 4. ορθογώνιο, 5.  $30^\circ$ ,

7.  $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = 70^\circ$ ,  $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B} = 55^\circ$ ,  $\hat{A}\hat{B} = \hat{A}\hat{\Gamma} = 110^\circ$ ,  $B\Gamma = 9,4\text{cm}$ ,

9. α)  $\hat{A}\hat{B} = 135^\circ$ ,  $\hat{B}\hat{\Gamma} = 45^\circ$ , β)  $\hat{A}\hat{B} = 80^\circ$ ,  $\hat{B}\hat{\Gamma} = 100^\circ$ ,  $\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = 40^\circ$ , 10.  $\hat{\Gamma}\hat{E} = 2\hat{A}\hat{B}$ ,

11. α)  $\hat{\phi} = 30^\circ$ ,  $\hat{\omega} = 60^\circ$ , β)  $\hat{\omega} = 60^\circ$ ,  $\hat{\phi} = 30^\circ$ , 12.  $x = 40^\circ$ ,  $y = 70^\circ$ ,

13.  $\hat{E} = 144^\circ$ , 14.  $\hat{A} = 120^\circ$ ,  $\hat{B} = 50^\circ$ ,  $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ ,  $\hat{\Delta} = 130^\circ$ ,

15.  $\hat{A} = 30^\circ$ ,  $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ ,  $B\Gamma = 5\text{cm}$ ,  $AB = 8,66\text{cm}$ , 17. i)  $\hat{x} = 45^\circ$ ,

ii)  $\hat{x} = 15^\circ$ , 18.  $\hat{x} = \hat{y} = 70^\circ$ , 19. α)  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ , β) 10-γωνο, γ) 20-γωνο,

20. 8-γωνο, 21. τετράγωνο, 22. α) ναι, ναι, όχι, β) όχι, ναι, ναι,

23. 1cm, 24. α)  $\Gamma = 12,56\text{cm}$ ,  $E = 12,56\text{cm}^2$ , β)  $\rho = 3\text{cm}$ ,  $E = 28,26\text{cm}^2$ , γ)

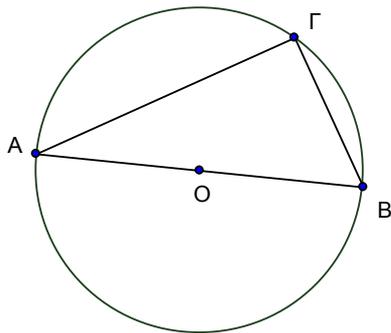
$\Gamma = 25,12\text{cm}$ ,  $E = 50,24\text{cm}^2$ , δ)  $\rho = 5\text{cm}$ ,  $\Gamma = 31,4\text{cm}$ , 25. οι ακτίνες τους 2cm, τα

μήκη τους 12,56cm, 26.  $3/2$ ,  $3/2$ ,  $9/4$ , 27. Ωροδ. = 9,42cm,

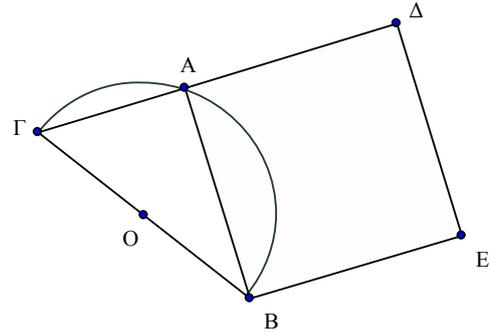
Λεπτοδ. = 150,72cm, 28.  $\rho = 5\text{cm}$ ,  $E = 78,5\text{cm}^2$ ,  $\epsilon\phi\omega = 0,75$ , 29.  $E_{\kappa} = 28,96\text{cm}^2$ ,

$E = 7,74\text{cm}^2$ , 30.  $E_{\kappa} = 25,12\text{cm}^2$ ,  $\alpha = 4\text{cm}$ ,  $E = 9,12\text{cm}^2$ .

1. Δίνεται η εξίσωση  $x - \frac{2x-9}{3} = 17 - \frac{x+3}{2}$  και η παράσταση
- $$\omega = \sqrt{96 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}.$$
- α) να λύσετε την εξίσωση .  
 β) να υπολογίσετε την παράσταση .  
 γ) να αποδείξετε ότι  $\frac{\eta\mu^2(2x)+\sigma\nu^2(3\omega)}{\epsilon\varphi 45^\circ} = 1$  .
2. Σ' ένα κύκλο ( O , ρ ) έχουμε τις χορδές του  $AB = 2\sqrt{3}$  cm ,  $AG = 2$ cm και  $BG = 4$  cm.  
 α) να βρείτε το είδος του τριγώνου ABΓ .  
 β) να βρείτε την ακτίνα του κύκλου και την περίμετρό του .  
 γ) την γωνία AOG .  
 δ) την γωνία ABΓ και την εφαπτομένη της .  
 ε) να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που βρίσκεται έξω από το τρίγωνο ABΓ είναι ίσο με  $2(2\pi - \sqrt{3})$  cm<sup>2</sup>.
3. Σε κύκλο ( O , ρ ) είναι εγγεγραμμένο κανονικό πεντάγωνο ABΓΔΕ .  
 α) να υπολογίσετε την γωνία του Ε .  
 β) να υπολογίσετε την γωνία ΕΑΓ .  
 γ) να αποδείξετε ότι ΔΕ // ΑΓ .  
 δ) να εξετάσετε τι είδους τετράπλευρο είναι το ΑΕΔΓ .
4. Δίνονται οι παραστάσεις  $K = \frac{x+6}{2}$  και  $\Lambda = \frac{2x+1}{3}$  .  
 α) να λύσετε την εξίσωση  $K - \Lambda = 2$  .  
 β) να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων :  
 $K \geq 2 + \Lambda$  και  $3(x + 1) - 5(x - 3) < 14$  .
5. Σε κύκλο διαμέτρου  $\delta = 17$ cm είναι εγγεγραμμένο ορθογώνιο ABΓΔ με  $BG = 15$ cm.  
 α) να υπολογίσετε την πλευρά του AB .  
 β) να βρείτε το  $\sigma\nu\nu(A\hat{B}B)$  .  
 γ) να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που βρίσκεται έξω από το ορθογώνιο είναι 427,46 cm<sup>2</sup>.
6. Δίνεται η συνάρτηση με εξίσωση  $y = (2\lambda - 1)x - \kappa$  που είναι παράλληλη στην  $y = 3x + 2011$  και διέρχεται από το σημείο A( - 1, 2 ).  
 α) να βρείτε τα  $\kappa$  και  $\lambda$  .  
 β) να εξετάσετε αν διέρχεται από τα σημεία  $B(-\frac{1}{3}, 4)$  και  $\Gamma(-2, 1)$  .  
 γ) να εξετάσετε αν τέμνει την ευθεία με εξίσωση  $y = 2011x - 5$  .
7. Στο παρακάτω σχήμα είναι  $AG = 10\sqrt{3}$  cm και η ακτίνα  $\rho = 10$  cm.  
 Να βρείτε :  
 α) την περίμετρο και το εμβαδόν του κύκλου , β) την χορδή ΒΓ ,  
 γ) την  $B\hat{A}G$  , δ) το τόξο ΑΓ και ε) το  $\eta\mu(\Gamma\hat{B}A)$  .



Άσκηση 7



Άσκηση 8

8. Δίνεται το παραπάνω ημικύκλιο με διάμετρο  $BΓ = 15 \text{ cm}$  και το τετράγωνο  $ABEΔ$  με εμβαδόν  $144 \text{ cm}^2$ . Να βρείτε : α) την χορδή  $AΓ$ , β) την  $\varepsilon\varphi(\widehat{ΓΒΑ})$ , γ) το μήκος του ημικυκλίου και δ) το εμβαδόν του μέρους του ημικυκλίου που βρίσκεται έξω από το τρίγωνο  $ABΓ$ .
9. Δίνονται οι παραστάσεις  $A = 2(x - 1) - 3(x + 1)$  και  $B = x - \frac{3+5x}{2}$ .
- Να λύσετε την εξίσωση  $A = -2$ .
  - Να λύσετε την ανίσωση  $B < -3$ .
  - Να λύσετε την εξίσωση  $\frac{A}{2} = B$ .
  - Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων  $B < -3$  και  $6 - x \geq 3$ .
  - Θα μπορούσε κάποια από τις λύσεις του β) ερωτήματος να ήταν το συνημίτονο κάποιας γωνίας;
10. Σε ορθογώνιο τρίγωνο  $ABΓ$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) είναι  $AB = 16 \text{ cm}$  και  $AΓ = 1,2 \text{ dm}$ .
- να βρείτε την  $BΓ$ , β) το εμβαδόν του τριγώνου, γ) το ύψος  $AΔ$  και δ) το  $\eta\mu\hat{B}$ .